Задачи на экономические индексы

Данный сборник включает в себя 11 задач на вычисление частных и общих (агрегатных) экономических индексов: индексов цен, индексов физического объема производства/продаж, индексов общей стоимости/товарооборота, индексов себестоимости и общих затрат. Каждая задача снабжена подробными расчётами и содержательными экономическими выводами, что позволяет эффективно разобраться в материале.

Начнём с наиболее распространённой группы, посвящённой индексам цен.
Стандартные обозначения:

p *– цена;*

q *– физический объём выпуска/продаж;*

i, I *– индексы;*

подстрочный индекс «0» – базисный (предыдущий) период;
подстрочный индекс «1» – отчётный (текущий) период.

Пожалуй, самый популярный вид задания:

Задача 1. По данным таблицы о товарообороте и реализации товаров на рынках города для двух товаров:

1. вычислить индивидуальные индексы цен и физического объёма.
2. вычислить общие индексы цен, товарооборота и физического объема проданных товаров, проверить правильность расчета найденных индексов, используя их взаимосвязь.
3. найти индексы переменного фиксированного составов и индекс структурного сдвига.

В каждом пункте сделать выводы.

	Базисный период		Отчетный период	
	Оборот, ц	Цена за ц, руб.	Оборот, ц	Цена за ц, руб.
Лук репчатый	65,4	2600	45,8	2800
Морковь	28,8	3400	22,7	3550

Примечание*: ц – центнер (100 кг)*

Решение:

1) Найдем индивидуальные индексы цен:

$$i_{p(лук)} = \frac{p_{1л}}{p_{0л}} = \frac{2800}{2600} \approx 1{,}0769;\ i_{p(морковь)} = \frac{p_{1м}}{p_{0м}} = \frac{3550}{3400} \approx 1{,}0441$$

Таким образом, за период цена на репчатый лук увеличилась на 7,69%, на морковь – на 4,41%

Найдем индивидуальные индексы физического объема продаж:

$$i_{q(лук)} = \frac{q_{1л}}{q_{0л}} = \frac{45{,}8}{65{,}4} \approx 0{,}7003;\ i_{q(морковь)} = \frac{q_{1м}}{q_{0м}} = \frac{22{,}7}{28{,}8} \approx 0{,}7882;$$

Таким образом, за период физический объем продаж лука уменьшился на 29,97%, моркови – на 28,57%, продукции №3 – на 21,18%

© http://mathprofi.ru, Емелин А., Высшая математика – просто и доступно!
Приветствуется свободно распространение данного файла, пожалуйста, не убирайте копирайты

2) Вычислим общие индексы цен, товарооборота и физического объема проданных товаров

Найдем общий индекс цен:

$$y_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{2800 \cdot 45{,}8 + 3550 \cdot 22{,}7}{2600 \cdot 45{,}8 + 3400 \cdot 22{,}7} = \frac{208825}{196260} \approx 1{,}0640$$

Найдем изменение стоимости (товарооборота):

$$\Delta pq(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 208825 - 196260 = 12565 \text{ руб.}$$

Таким образом, за месяц цены в среднем увеличились на 6,40%, что привело к увеличению товарооборота на 12,565 тыс. руб.

Найдем общий индекс физического объема:

$$y_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{2600 \cdot 45{,}8 + 3400 \cdot 22{,}7}{2600 \cdot 65{,}4 + 3400 \cdot 28{,}8} = \frac{196260}{267960} \approx 0{,}7324$$

Найдем изменение физического объема:

$$\Delta pq(q) = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = 196260 - 267960 = -71700 \text{ руб.}$$

Таким образом, за месяц физический объем продаж в среднем уменьшился на 26,76%, что привело к уменьшению товарооборота на 71,7 тыс. руб.

Найдем общий индекс товарооборота:

$$y_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{208825}{267960} \approx 0{,}7793$$

Найдем абсолютное изменение товарооборота:

$$\Delta pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 208825 - 267960 = -59135 \text{ руб.}$$

Таким образом, за месяц за счет изменения цен и физического объема продаж общая стоимость (товарооборот) уменьшилась примерно на 22,07% или на 59,135 тыс. руб.

Проверка:

$\Delta pq(p) + \Delta pq(q) = \Delta pq$

$12{,}565 - 71{,}7 = -59{,}135$

$-59{,}135 = -59{,}135$, что и требовалось проверить.

3) Вычислим индексы переменного фиксированного составов и индекс структурного сдвига

Определим, как изменилась средняя цена единицы продукции

$$I_{\bar{p}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{208825}{68{,}5} : \frac{267960}{94{,}2} \approx 1{,}0717$$ (индекс переменного состава)

Таким образом, за период средняя цена единицы продукции увеличилась примерно на 7,17%.

Найдем, как на данный показатель повлияло изменение цен и изменение структуры реализации продукции. Вычислим индекс фиксированного состава:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{208825}{68{,}5} : \frac{196260}{68{,}5} \approx 1{,}0640$$

Таким образом, за счет изменения цен средняя цена единицы продукции увеличилась примерно на 6,4%.

© http://mathprofi.ru, Емелин А., Высшая математика – просто и доступно!
Приветствуется свободно распространение данного файла, пожалуйста, не убирайте копирайты

Вычислим индекс структурного сдвига:

$$I_{стр.сдв.} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{196260}{68{,}5} : \frac{267960}{94{,}2} \approx 1{,}0072$$

Таким образом, за счет изменения структуры реализации продукции средняя цена единицы продукции увеличилась примерно на 0,72%.

Проверка: $I_p I_{стр.сдв.} = 1{,}0640 \cdot 1{,}0072 \approx 1{,}0717 = I_{\bar{p}}$

Похожая задача, но в более общем виде и с тремя видами продукции. Кроме того, добавляются пункты, которых не было ранее!

Задача 2. Имеются следующие данные о 3-х видах продукции:

Вид продукции	Базисный период	Текущий период	Базисный период	Текущий период
	Выпуск продукции, тыс. шт.		Цена за единицу, тыс. руб./ шт.	
1	66	40	22	31
2	56	75	45	15
3	63	65	11	19

Требуется вычислить:
1. индивидуальные индексы цен, физического объёма и стоимости;
2. агрегатные индексы цены, физического выпуска продукции и стоимости;
3. агрегатные индексы цены и физического объёма, как средние из индивидуальных индексов.
4. индексы переменного, постоянного составов и структурного сдвига.

Решение:
1) Найдем индивидуальные индексы цены:

$$i_{p1} = \frac{p_{11}}{p_{01}} = \frac{31}{22} \approx 1{,}4091;\ i_{p2} = \frac{p_{12}}{p_{02}} = \frac{15}{45} \approx 0{,}3333;\ i_{p3} = \frac{p_{13}}{p_{03}} = \frac{19}{11} \approx 1{,}7273$$

Таким образом, за период цена на продукцию №1 увеличилась на 40,91%, продукцию №2 – уменьшилась на 66,67%, продукцию №3 – увеличилась на 72,73%.

Найдем индивидуальные индексы физического объема:

$$i_{q1} = \frac{q_{11}}{q_{01}} = \frac{40}{66} \approx 0{,}6061;\ i_{q2} = \frac{q_{12}}{q_{02}} = \frac{75}{56} \approx 1{,}3393;\ i_{q3} = \frac{q_{13}}{q_{03}} = \frac{65}{63} \approx 1{,}0317$$

Таким образом, за период физический объем выпуска продукции №1 уменьшился на 39,39%, продукции №2 – увеличился на 33,93%, продукции №3 – увеличился на 3,17%.

Найдем индивидуальные индексы стоимости:

$$i_{s1} = \frac{p_{11} \cdot q_{11}}{p_{01} \cdot q_{01}} = \frac{31 \cdot 40}{22 \cdot 66} \approx 0{,}8540;\ i_{s2} = \frac{p_{12} \cdot q_{12}}{p_{02} \cdot q_{02}} = \frac{15 \cdot 75}{45 \cdot 56} \approx 0{,}4464;\ i_{s3} = \frac{p_{13} \cdot q_{13}}{p_{03} \cdot q_{03}} = \frac{19 \cdot 65}{11 \cdot 63} \approx 1{,}7821$$

Таким образом, за период стоимость продукции №1 уменьшилась на 14,6%, продукции №2 – на 55,36%, продукции №3 – увеличилась на 78,21%.

© http://mathprofi.ru, Емелин А., Высшая математика – просто и доступно!
Приветствуется свободно распространение данного файла, пожалуйста, не убирайте копирайты

2) Определим агрегатные индексы.

Найдем общий индекс цены:

$$y_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{31 \cdot 40 + 15 \cdot 75 + 19 \cdot 65}{22 \cdot 40 + 45 \cdot 75 + 11 \cdot 65} = \frac{3600}{4970} \approx 0{,}7243$$

Найдем изменение стоимости:

$\Delta pq(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 3600 - 4970 = -1370$ млн. руб.

Таким образом, за период цены в среднем уменьшились на 27,57%, что привело к уменьшению стоимости выпущенной продукции на 1370 млн. руб.

Найдем общий индекс физического объема:

$$y_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{22 \cdot 40 + 45 \cdot 75 + 11 \cdot 65}{22 \cdot 66 + 45 \cdot 56 + 11 \cdot 63} = \frac{4970}{4665} \approx 1{,}0654$$

Найдем изменение физического объема:

$\Delta pq(q) = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = 4970 - 4665 = 305$ млн. руб.

Таким образом, за период физический объем выпуска в среднем увеличился на 6,54%, что привело к увеличению стоимости выпущенной продукции на 305 млн. руб.

Определим абсолютное изменение стоимости произведенной продукции в текущем периоде по сравнению с базисным периодом.

Для этого найдем общий индекс стоимости:

$$y_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{3600}{4665} \approx 0{,}7717$$

Абсолютное изменение стоимости:

$\Delta pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 3600 - 4665 = -1065$ млн. руб.

Таким образом, за период за счет изменения цены и физического объема выпуска общая стоимость уменьшилась примерно на 22,83% или на 1065 млн. руб.

Проверка:

$\Delta pq(p) + \Delta pq(q) = \Delta pq$

–1370 + 305 = –1065

–1065 = –1065, что и требовалось проверить.

3) Вычислим агрегатные индексы цены и физического объёма, как средние из индивидуальных индексов

Общий индекс цены:

$$y_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}} = \frac{31 \cdot 40 + 15 \cdot 75 + 19 \cdot 65}{31 \cdot 40 \cdot \frac{1}{1{,}4091} + 15 \cdot 75 \cdot \frac{1}{0{,}3333} + 19 \cdot 65 \cdot \frac{1}{1{,}7273}} = \frac{3600}{4970} \approx 0{,}7243$$

Общий индекс физического объема:

$$y_p = \frac{\sum i_q p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{0{,}6061 \cdot 22 \cdot 66 + 1{,}3393 \cdot 45 \cdot 56 + 1{,}0317 \cdot 11 \cdot 63}{22 \cdot 66 + 45 \cdot 56 + 11 \cdot 63} = \frac{4970}{4665} \approx 1{,}0654$$

Результаты те же самые.

© http://mathprofi.ru, Емелин А., Высшая математика – просто и доступно!
Приветствуется свободно распространение данного файла, пожалуйста, не убирайте копирайты

4) Вычислим индексы переменного, постоянного составов и структурного сдвига

С помощью индекса переменного состава определим, как изменилась средняя цена единицы продукции:

$$I_{\bar{p}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{3600}{180} : \frac{4665}{185} \approx 0{,}7931$$

Таким образом, за период средняя цена единицы продукции уменьшилась примерно на 20,69%.

Найдем, как на данный показатель повлияло изменение цен и изменение структуры выпускаемой продукции.

Вычислим индекс фиксированного состава:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{3600}{180} : \frac{4970}{180} \approx 0{,}7243$$

Таким образом, средняя цена единицы продукции уменьшилась примерно на 27,57% за счет изменения самих цен.

Вычислим индекс структурного сдвига:

$$I_{стр.сдв.} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{4970}{180} : \frac{4665}{185} \approx 1{,}0950$$

Таким образом, за счет изменения структуры выпуска продукции средняя цена единицы продукции увеличилась примерно на 9,5%.

Проверка: $I_p I_{стр.сдв.} = 0{,}7243 \cdot 1{,}0950 \approx 0{,}7931 = I_{\bar{p}}$

И ещё несколько вариаций по теме:

Задача 3. Имеются следующие данные:

Товар	Цена за 1 кг в базисном периоде, руб.	Продано, тонн		Индивидуальные индексы цен
		В базисном периоде	В отчётном периоде	
А	0,5	1200	1500	1,01
Б	1,2	4200	6300	0,85
В	2,45	2000	2500	0,97

Рассчитайте:

а) индекс физического объема реализации;

б) индекс цен и индекс товарооборота. Разложите общую сумму прироста товарооборота по факторам. Сделайте выводы.

Решение:

а) Найдем индекс физического объема реализации:

$$y_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{0{,}5 \cdot 1500 + 1{,}2 \cdot 6300 + 2{,}45 \cdot 2500}{0{,}5 \cdot 1200 + 1{,}2 \cdot 4200 + 2{,}45 \cdot 2000} = \frac{14435}{10540} \approx 1{,}3695$$

© http://mathprofi.ru, Емелин А., Высшая математика – просто и доступно!
Приветствуется свободно распространение данного файла, пожалуйста, не убирайте копирайты

Найдем изменение товарооборота:

$\Delta pq(q) = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = 14435 - 10540 = 3895$ тыс. руб.

Таким образом, за период физический объем продаж увеличился примерно на 36,95%, что привело к увеличению товарооборота на 3895 тыс. руб.

б) Вычислим цены в отчетном периоде:

$p_{1A} = i_{p1} \cdot p_{0A} = 0{,}5 \cdot 1{,}01 = 0{,}505$ руб.;

$p_{1Б} = i_{p2} \cdot p_{0Б} = 1{,}2 \cdot 0{,}85 = 1{,}02$ руб.;

$p_{1B} = i_{p3} \cdot p_{0B} = 2{,}45 \cdot 0{,}97 = 2{,}3765$ руб.

Вычислим общий индекс цен:

$$y_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{0{,}505 \cdot 1500 + 1{,}02 \cdot 6300 + 2{,}3765 \cdot 2500}{0{,}5 \cdot 1500 + 1{,}2 \cdot 6300 + 2{,}45 \cdot 2500} = \frac{13124{,}75}{14435} \approx 0{,}9092$$

Найдем изменение товарооборота:

$\Delta pq(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 13124{,}75 - 14435 = -1310{,}25$ тыс. руб.

Таким образом, за период цены в среднем уменьшились на 9,08%, что привело к уменьшению товарооборота на 1310,25 тыс. руб.

Найдем общий индекс товарооборота:

$$y_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{13124{,}75}{10540} \approx 1{,}2452$$

Абсолютное изменение товарооборота:

$\Delta pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 13124{,}75 - 10540 = 2584{,}75$ тыс. руб.

Таким образом, за период за счет изменения цен и физического объема товарооборот увеличился на 24,52% или на 2584,75 тыс. руб.

Проверка: $\Delta pq(p) + \Delta pq(q) = \Delta pq$

–1310,25 + 3895 = 2584,75

2584,75 = 2584,75

Задача 4. Имеются следующие данные об изменении цен на товары в отчетном периоде по сравнению с базисным по центральному универмагу города:

Виды товаров	Товарооборот, тыс. руб.		Изменение цен в отчетном по сравнению с ценами в базисном, %
	В базисном периоде	В отчётном периоде	
Обувь	68,5	82,2	–15
Плащи	246,3	390	+20
Итого:	**314,8**	**472,2**	

Вычислите общие индексы товарооборота в фактических ценах, цен и физического объема реализации.

Решение: вычислим общий индекс товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{472{,}2}{314{,}8} = 1{,}5$$

© http://mathprofi.ru, Емелин А., Высшая математика – просто и доступно!
Приветствуется свободно распространение данного файла, пожалуйста, не убирайте копирайты

Абсолютное изменение товарооборота:

$\Delta pq = \sum p_1q_1 - \sum p_0q_0 = 472{,}2 - 314{,}8 = 157{,}4$ тыс. руб.

Таким образом, за период за счет изменения цен и физического объема реализации товарооборот увеличился на 50% или на 157, 4 тыс. руб.

Вычислим индивидуальные индексы цен:

$i_{p1} = \frac{100-15}{100} = 0{,}85$ $\qquad$ $i_{p2} = \frac{100+20}{100} = 1{,}2$

Найдем общий индекс цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1q_1} = \frac{472{,}2}{\frac{1}{0{,}85}\cdot 82{,}2 + \frac{1}{1{,}2}\cdot 390} = \frac{472{,}2}{421{,}71} \approx 1{,}1197$$

Найдем изменение товарооборота:

$\Delta pq(p) = \sum p_1q_1 - \sum p_0q_1 = 472{,}2 - 421{,}71 = 50{,}49$ тыс. руб.

Таким образом, за период цены в среднем увеличились на 11,97%, что привело к увеличению товарооборота на 50,49 тыс. руб.

Найдем индекс физического объема реализации:

$$I_q = \frac{\sum p_0q_1}{\sum p_0q_0} = \frac{421{,}71}{314{,}8} \approx 1{,}3396$$

Найдем изменение товарооборота:

$\Delta pq(q) = \sum p_0q_1 - \sum p_0q_0 = 421{,}71 - 314{,}8 = 106{,}91$ тыс. руб.

Таким образом, за период физический объем реализации увеличился примерно на 33,96%, что привело к увеличению товарооборота на 106,91 тыс. руб.

Выполним проверку:

$\Delta pq = \Delta pq(q) + \Delta pq(p)$

157,4 = 50,49 +106,91

157,4 = 157,4, что и требовалось проверить.

Задача 5. Имеются следующие данные по отделу «Спорттовары» одного из универмагов города. Вычислите общие индексы товарооборота в фактических ценах, физического объема реализации и цен. Определите размер абсолютного прироста товарооборота и экономии покупателей от уменьшения цен

Виды товаров	Товарооборот pq, тыс. руб.		Изменение количества товаров в 3 кв. по сравнению с 2 кв., %
	За 2 квартал	За 3 квартал	
Моторные лодки	190	196	+5
Палатки	35	26	+2
Велосипеды	20	18	–2
Итого:	**245**	**240**	

Решение: из условия следует, что индивидуальные индексы физического объема:

$i_{q1} = 1{,}05$, $i_{q2} = 1{,}02$, $i_{q3} = 0{,}98$

© http://mathprofi.ru, Емелин А., Высшая математика – просто и доступно!
Приветствуется свободно распространение данного файла, пожалуйста, не убирайте копирайты

Найдем общий индекс цен

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum i_q p_0 q_0} = \frac{196 + 26 + 18}{1{,}05 \cdot 190 + 1{,}02 \cdot 35 + 0{,}98 \cdot 20} = \frac{240}{254{,}8} \approx 0{,}9419$$

Найдем изменение товарооборота за счет изменения цен:

$\Delta pq(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 240 - 254{,}8 = -14{,}8$ тыс. руб.

Таким образом, за квартал цены уменьшились в среднем на 5,81%, что привело к уменьшению товарооборота (экономия покупателей) на 14,8 тыс. руб.

Найдем общий индекс количества проданных товаров:

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{254{,}8}{245} \approx 1{,}0400$$

Найдем изменение товарооборота за счет изменения физического объема продаж:

$\Delta pq(q) = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = 254{,}8 - 245 = 9{,}8$ тыс. руб.

Таким образом, за квартал физический объем продаж в среднем вырос на 4%, что привело к увеличению товарооборота на 9,8 тыс. руб.

Вычислим общий индекс товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{240}{245} \approx 0{,}9796$$

Найдем прирост товарооборота:

$\Delta pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 240 - 245 = -5$ тыс. руб.

Таким образом, за квартал за счет изменения цен и физического объема продаж товарооборот уменьшился на 2,04% или на 5 тыс. руб.

Проверка:

$\Delta pq = \Delta pq(p) + \Delta pq(q)$

$-5 = 14{,}8 - 9{,}8$

$-5 = -5$

Задача 6. Имеются следующие данные о товарообороте магазина:

Товарные группы	Продано в базисном периоде, тыс. руб.	Изменение количества проданных товаров в отчетном периоде по сравнению с базисным периодом, %
Ткани полушерстяные	580	–5
Трикотажные изделия	460	+20

Вычислите общий индекс физического объема товарооборота;

Вычислите общий индекс товарооборота, если известно, что цены за этот период снизились на 3%

© http://mathprofi.ru, Емелин А., Высшая математика – просто и доступно!
Приветствуется свободно распространение данного файла, пожалуйста, не убирайте копирайты

Решение: вычислим общий индекс физического объема товарооборота:

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum i_q p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{0{,}95 \cdot 580 + 1{,}2 \cdot 460}{580 + 460} = \frac{1103}{1040} \approx 1{,}0606$$

Найдем изменение товарооборота:

$\Delta pq(q) = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = 1103 - 1040 = 63$ тыс. руб.

Таким образом, за период физический объем продаж увеличился примерно на 6,06%, что привело к увеличению товарооборота на 63 тыс. руб.

Вычислим общий индекс товарооборота. Из условия известно, что за период цены снизились на 3%, то есть общий индекс цен составляет 0,97:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{1103} = 0{,}97$$

Таким образом, товарооборот в отчетном периоде составил:

$\sum p_1 q_1 = 0{,}97 \cdot 1103 = 1069{,}91$ тыс. руб.

Общий индекс товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{1069{,}91}{1040} \approx 1{,}0288$$

Абсолютный прирост товарооборота:

$\Delta pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 1069{,}91 - 1040 = 29{,}91$

Таким образом, за период за счет изменения цен и физического объема товарооборот увеличился примерно на 2,88% или на 29,91 тыс. руб.

Задача 7. По следующим данным нужно рассчитать индекс физического объема реализации, индекс цен и индекс стоимости товарооборота. Проверить, взаимосвязь индексов и сделать выводы.

Товар	Товарооборот, млн. руб.		Индивидуальные индексы	
	В базисном периоде, $p_0 q_0$	В отчётном периоде, $p_1 q_1$	Физического объема реализации, i_q	Цен, i_p
А	1,2	1,3	0,95	1,14
Б	1,8	2,2	1,3	0,94
В	2,7	2,9	1,12	0,96

Решение: Найдем индекс физического объема реализации:

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum i_q p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{0{,}95 \cdot 1{,}2 + 1{,}3 \cdot 1{,}8 + 1{,}12 \cdot 2{,}7}{1{,}2 + 1{,}8 + 2{,}7} = \frac{6{,}504}{5{,}7} \approx 1{,}1411$$

Найдем изменение товарооборота:

$\Delta pq(q) = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = 6{,}504 - 5{,}7 = 0{,}804$ млн. руб.

Таким образом, за период физический объем продаж увеличился примерно на 14,11%, что привело к увеличению товарооборота на 0,804 млн. руб.

© http://mathprofi.ru, Емелин А., Высшая математика – просто и доступно!
Приветствуется свободно распространение данного файла, пожалуйста, не убирайте копирайты

Вычислим общиё индекс цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum \frac{1}{i_p} p_1q_1} = \frac{1{,}3 + 2{,}2 + 2{,}9}{\frac{1}{1{,}14} \cdot 1{,}3 + \frac{1}{0{,}94} \cdot 2{,}2 + \frac{1}{0{,}96} \cdot 2{,}9} = \frac{6{,}4}{6{,}50161} \approx 0{,}9844$$

Найдем изменение товарооборота:

$\Delta pq(p) = \sum p_1q_1 - \sum p_0q_1 = 6{,}4 - 6{,}50161 = -0{,}10161$ млн. руб.

Таким образом, за период цены в среднем уменьшились на 1,56%, что привело к уменьшению товарооборота на 0,10161 млн. руб.

Найдем общий индекс товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0} = \frac{6{,}4}{5{,}7} \approx 1{,}1228$$

Абсолютное изменение товарооборота:

$\Delta pq = \sum p_1q_1 - \sum p_0q_0 = 6{,}4 - 5{,}7 = 0{,}7$ тыс. руб.

Таким образом, за период за счет изменения цен и физического объема товарооборот увеличился примерно на 12,28% или на 0,7 млн. руб.

Проверка:

$\Delta pq(p) + \Delta pq(q) = \Delta pq$

–0,10161 + 0,804 = 0,7

0,7 = 0,7

Незначительное несоответствие левой и правой части объясняется погрешностью округлений.

Задачи на индексы себестоимости и общих затрат

Формально по своей структуре нижеприведённые задания ничем не отличаются от задач предыдущей группы. Содержательное отличие состоит в том, что здесь вместо цены фигурирует себестоимость производства z, которая тоже имеет денежное выражение, и соответственно, произведение zq представляет собой затраты на производство.

Задача 8. Имеются данные по предприятию за 2006 и 2007 годы:

Типы станков	Выпущено станков, шт.		Себестоимость производства одного станка, руб.	
	В базисном году	В отчётном году	В базисном году	В отчётном году
А	150	200	200	200
Б	80	50	625	1120

По приведенным данным вычислите:

1. Индивидуальные индексы себестоимости производства 1-го станка и индивидуальные индексы физического объема;
2. Общий индекс себестоимости производства 1-го станка;
3. Общий индекс физического объема;
4. Общий индекс затрат на производство;
5. Абсолютное изменение затрат на производство продукции всего и за счет отдельных факторов.

© http://mathprofi.ru, Емелин А., Высшая математика – просто и доступно!
Приветствуется свободно распространение данного файла, пожалуйста, не убирайте копирайты

Решение:

1. Найдем индивидуальные индексы себестоимости производства 1-го станка:

$$i_{z(A)} = \frac{z_{1A}}{z_{0A}} = \frac{200}{200} \approx 1;\ i_{z(Б)} = \frac{z_{1Б}}{z_{0Б}} = \frac{1120}{625} = 1{,}792$$

Таким образом, за год себестоимость производства станка А не изменилась, станка Б – выросла на 79,2%

Найдем индивидуальные индексы физического объема:

$$i_{q(A)} = \frac{q_{1A}}{q_{0A}} = \frac{200}{150} \approx 1{,}3333;\ i_{q(Б)} = \frac{q_{1Б}}{q_{0Б}} = \frac{50}{80} = 0{,}625$$

Таким образом, за год физический объем производства станков А вырос на треть, станков Б – уменьшился на 37,5%.

2. Найдем общий индекс себестоимости:

$$y_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} = \frac{200 \cdot 200 + 1120 \cdot 50}{200 \cdot 200 + 625 \cdot 50} = \frac{96000}{71250} \approx 1{,}3474$$

Найдем изменение общих затрат:

$$\Delta zq(z) = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1 = 96000 - 71250 = 24750 \text{ руб.}$$

Таким образом, за год себестоимость производства увеличилась примерно на 34,74%, что привело к увеличению общих затрат на 24,75 тыс. руб.

3. Найдем общий индекс физического объема:

$$y_q = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{200 \cdot 200 + 625 \cdot 50}{200 \cdot 150 + 625 \cdot 80} = \frac{71250}{80000} \approx 0{,}8906$$

Найдем изменение общих затрат:

$$\Delta zq(q) = \sum z_0 q_1 - \sum z_0 q_0 = 71250 - 80000 = 8750 \text{ руб.}$$

Таким образом, за год физический объем производства в среднем уменьшился примерно на 10,94%, что привело к уменьшению общих затрат на 8,75 тыс. руб.

4. Найдем общий индекс затрат:

$$y_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{96000}{80000} = 1{,}2$$

5. Найдем абсолютное изменение затрат:

$$\Delta zq = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_0 = 96000 - 80000 = 16000 \text{ руб.}$$

Таким образом, за год за счет изменения себестоимости производства 1-го станка и физического объема выпуска общие затраты в среднем увеличились на 20% или на 16 тыс. руб.

Проверка:

$\Delta zq(z) + \Delta zq(q) = \Delta zq$

24,75 – 8,75 = 16

16 = 16, что и требовалось проверить.

© http://mathprofi.ru, Емелин А., Высшая математика – просто и доступно!
Приветствуется свободно распространение данного файла, пожалуйста, не убирайте копирайты

Задача 9. Имеются следующие данные о выпуске одноименной продукции по двум заводам:

Завод	Произведено продукции, тыс. шт.		Себестоимость 1 штуки, д.е.	
	В базисном году	В отчётном году	В базисном году	В отчётном году
1	70	60	500	600
2	100	150	400	450

Определите:
1) Индекс себестоимости переменного и фиксированного составов;
2) Индекс структурных сдвигов.
Поясните смысл полученных результатов.

Решение:
1) Найдем индексы себестоимости переменного и фиксированного составов:

$$I_{пер.сост.} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{103500}{60+150} : \frac{500\cdot 70 + 400\cdot 100}{70+100} =$$

$$= \frac{103500}{210} \cdot \frac{170}{75000} \approx 1{,}1171$$

Таким образом, за год средняя себестоимость увеличилась примерно на 11,71%

$$I_{пост.сост.} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} = \frac{600\cdot 60 + 450\cdot 150}{500\cdot 60 + 400\cdot 150} = \frac{103500}{90000} = 1{,}15$$

Таким образом, за год средняя себестоимость увеличилась на 15% за счет самого увеличения себестоимости по заводам.

б) Рассчитаем индекс структурного сдвига:

$$I_{стр.сдв.} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{90000}{210} \cdot \frac{170}{75000} \approx 0{,}9714$$

Таким образом, за год средняя себестоимость уменьшилась на 2,86% за счет перераспределения объемов выпуска продукции между заводами

То же самое, но для 3-х видов товаров + немного новых вещей:

Задача 10. Имеются следующие данные по предприятию:

Наименование товара	Выпущено продукции, единиц		Общие затраты на производство, д.е.	
	В базисном году	В отчётном году	В базисном году	В отчётном году
Камень	1500	2000	30	60
Ножницы	800	500	50	200
Бумага	1000	900	60	360

Определите:
1. Общий индекс затрат на производство;
2. Общий индекс себестоимости;
3. Общий индекс физического объема;
4. Абсолютное изменение общих затрат на производство – всего и в том числе за счет динамики себестоимости и динамики количества выпущенных товаров.

© http://mathprofi.ru, Емелин А., Высшая математика – просто и доступно!
Приветствуется свободно распространение данного файла, пожалуйста, не убирайте копирайты

Решение: сначала найдем себестоимость производства единицы каждого вида продукции. Для этого общие затраты на производство разделим на количество соответствующих товаров. В результате:

Наименование товара	Выпущено продукции, единиц		Себестоимость единицы товара, д.е.	
	В базисном году	В отчётном году	В базисном году	В отчётном году
Камень	1500	2000	0,02	0,03
Ножницы	800	500	0,0625	0,4
Бумага	1000	900	0,06	0,4

1. Найдем общий индекс затрат на производство.

$$y_{zq} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{0{,}03 \cdot 2000 + 0{,}4 \cdot 500 + 0{,}4 \cdot 900}{0{,}02 \cdot 1500 + 0{,}0625 \cdot 800 + 0{,}06 \cdot 1000} = \frac{620}{140} \approx 4{,}4286$$

Найдем абсолютное изменение общих затрат

$\Delta zq = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_0 = 620 - 140 = 480$ д.е.

Таким образом, за год за общие затраты в среднем увеличились в 4,43 раза или на 480 д. е. (за счет динамики себестоимости и динамики количества выпущенных товаров)

2. Найдем общий индекс себестоимости:

$$y_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} = \frac{620}{0{,}02 \cdot 2000 + 0{,}0625 \cdot 500 + 0{,}06 \cdot 900} = \frac{620}{125{,}25} \approx 4{,}9501$$

Найдем изменение затрат:

$\Delta zq(z) = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1 = 620 - 125{,}25 = 494{,}75$ д.е.

Таким образом, за год себестоимость производства в среднем увеличилась в 4,95 раза, что привело к увеличению общих затрат на 494,75 д.е.

3. Найдем общий индекс физического объема продукции:

$$y_q = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_0} = \frac{125{,}25}{140} \approx 0{,}8946$$

Найдем изменение общих затрат объема:

$\Delta zq(q) = \sum z_0 q_1 - \sum z_0 q_0 = 125{,}25 - 140 = -14{,}75$ д.е.

Таким образом, за год физический объем производства в среднем уменьшился примерно на 10,54%, что привело к уменьшению общих затрат на 14,75 д.е.

4) Требуемые величины уже рассчитаны по ходу выполнения задания.

Проверка:

$\Delta zq(z) + \Delta zq(q) = \Delta zq$

494,75 – 14,75 = 480

480 = 480, что и требовалось проверить.

© http://mathprofi.ru, Емелин А., Высшая математика – просто и доступно!
Приветствуется свободно распространение данного файла, пожалуйста, не убирайте копирайты

Задача 11. Имеются следующие данные о выпуске однородной продукции по трём предприятиям АО:

Номер предприятия	Выпуск продукции, тыс. руб.		Себестоимость единицы продукции, руб.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
1	400	450	200	260
2	350	500	360	320
3	200	220	120	120

Вычислите:

1. Общие индексы средней себестоимости продукции переменного, постоянного составов и структурных сдвигов.

2. Абсолютный прирост средней себестоимости за счет изменения себестоимости продукции на предприятиях и структуры произведенной продукции

Решение:

1. Найдем индекс себестоимости переменного состава:

$$I_{пер.сост.} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} =$$

$$= \frac{260 \cdot 450 + 320 \cdot 500 + 120 \cdot 220}{450 + 500 + 220} : \frac{200 \cdot 400 + 360 \cdot 350 + 120 \cdot 200}{400 + 350 + 200} =$$

$$= \frac{303400}{950} : \frac{230000}{1170} \approx 1{,}0711$$

Таким образом, за период средняя себестоимость единицы продукции увеличилась примерно на 7,11%

Рассчитаем индекс постоянного состава:

$$I_{пост.сост.} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{303400}{950} : \frac{200 \cdot 450 + 360 \cdot 500 + 120 \cdot 220}{950} =$$

$$= \frac{303400}{296400} \approx 1{,}0236$$

Таким образом, средняя себестоимость единицы продукции увеличилась на 2,36% за счет изменения самой себестоимости на предприятиях.

Найдем индекс структурного сдвига:

$$I_{стр.сдв.} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{296400}{1170} \cdot \frac{230000}{950} \approx 1{,}0464$$

Таким образом, средняя себестоимость единицы продукции увеличилась на 4,64% за счет изменения структуры произведенной продукции.

Проверка:

$$I_{пост.сост.} \cdot I_{стр.сдв.} = 1{,}0236 \cdot 1{,}0464 \approx 1{,}0711 = I_{пер.сост.}$$

© http://mathprofi.ru, Емелин А., Высшая математика – просто и доступно!
Приветствуется свободно распространение данного файла, пожалуйста, не убирайте копирайты

2. Вычислим абсолютный прирост средней себестоимости единицы продукции за счет изменения себестоимости продукции на предприятиях:

$$\Delta_1 = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{303400}{1170} - \frac{296400}{1170} = 259{,}32 - 253{,}33 = 5{,}98 \text{ руб.}$$

Абсолютный прирост средней себестоимости единицы продукции за счет изменения структуры произведенной продукции:

$$\Delta_2 = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{296400}{1170} - \frac{230000}{950} = 253{,}33 - 242{,}11 = 11{,}23 \text{ руб.}$$

© http://mathprofi.ru, Емелин А., Высшая математика – просто и доступно!
Приветствуется свободно распространение данного файла, пожалуйста, не убирайте копирайты